BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV maka di peroleh kesimpulan bahwa berdasarkan persamaan diferensial sistem dinamik untuk kasus penurunan barang pada waktu berhingga diperoleh persamaan yaitu:

$$\dot{I} = P(t) - D(t) + v(t)I(t) \qquad t \in [t_1, t_2]$$

Dengan fungsi tujuan dari model persediaan barang yang mengalami penurunan yaitu sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^t \left\{ h\left[I(t) - \hat{I}\right]^2 + K\left[P(t) - \hat{P}\right]^2 \right\} dt$$

Kemudian, persamaan Hamilton didefenisikan sebagai berikut:

$$H = \frac{1}{2}\left[h\left(I - \hat{I}\right)^2 + K(P - \hat{P})^2\right] + \lambda g$$

dengan $g = D - P - vI$ dan persamaan lagrange didefenisikan sebagai berikut:

$$L = \frac{1}{2}\left[h\left(I - \hat{I}\right)^2 + K(P - \hat{P})^2\right] + (\lambda - \mu)g$$

Kemudian, diasumsikan $\alpha_1(t) = -\frac{h}{K}\hat{I} + \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}\left(\hat{P} - D\right) - \dot{D}$ sehingga solusi dari persamaan $\ddot{I} - \left(\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}\right)\right) + \left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}\right)^2\right)I = \alpha_1(t)$ akan dibentuk dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit yaitu:

a. Ketika fungsi $\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}$ dalam bentuk konstanta maka akan di peroleh solusi sebagai berikit:

$$I(t) = c_1e^{rt} + c_2e^{-rt} + Q(t)$$

$$Q(t) = \frac{h\hat{I} - \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}K(\hat{P} - D)}{h + K\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}\right)^2}$$

$$c_1 = \frac{\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + r\right)e^{-rt_2}\left(\mathrm{M} - Q(t_1)\right) - e^{-rt_1}\left(\dot{Q}(t_2) + \hat{P} + D - \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}Q(t_2)\right)}{(e^{rt_1})\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + r\right)e^{-rt_2}\right) - (e^{-rt_1})\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - r\right)e^{rt_2}\right)}$$

$$c_2 = \frac{-\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}-r\right)e^{rt_2}\left(\mathrm{M}-\mathcal{Q}(t_1)\right)+e^{rt_1}\left(\dot{\mathcal{Q}}(t_2)+\hat{P}+D-\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}\mathcal{Q}(t_2)\right)}{(e^{rt_1})\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}+r\right)e^{-rt_2}\right)-(e^{-rt_1})\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}-r\right)e^{rt_2}\right)}$$

b. Jika fungsi $\frac{h}{K}+\frac{d}{dt}\left(\alpha\beta^2 ct^{\beta t^{c}}e^{-\beta t^{c}}\right)+(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}})^2$ dalam bentuk konstanta maka akan di peroleh solusi sebagai berikut:

$I(t) = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{-k_2 t} + \mathcal{Q}(t)$

$\mathcal{Q}(t) = V_1 e^{k_1 t} + V_2 e^{-k_1 t} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1{}^2}$

$$c_1 = \frac{\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}+k_1\right)e^{-k_1t_2}\left(M-\left(V_1(t_1)e^{k_1t_1}+V_2(t_1)e^{-k_1t_1}+\frac{h\widehat{I}}{Kk_1{}^2}\right)\right)-\left(e^{-k_1t_1}\left(-V_1(t_2)e^{k_1t_2}-V_2(t_2)e^{-k_1t_2}+\widehat{P}+D-\frac{h\widehat{I}}{Kk_1{}^2}\right)\right)}{\left(e^{k_1t_1}\right)\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}+k_1\right)e^{-k_1t_2}\right)-\left(e^{-k_1t_1}\right)\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}-k_1\right)e^{k_1t_2}\right)}$$

$$c_2 = \frac{-\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}-k_1\right)e^{k_1t_2}\left(M-\left(V_1(t_1)e^{k_1t_1}+V_2(t_1)e^{-k_1t_1}+\frac{h\widehat{I}}{Kk_1{}^2}\right)\right)+\left(e^{k_1t_1}\left(-V_1(t_2)e^{k_1t_2}-V_2(t_2)e^{-k_1t_2}+\widehat{P}+D-\frac{h\widehat{I}}{Kk_1{}^2}\right)\right)}{\left(e^{k_1t_1}\right)\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}+k_1\right)e^{-k_1t_2}\right)-\left(e^{-k_1t_1}\right)\left(\left(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^{c}}-k_1\right)e^{k_1t_2}\right)}$$

Kemudian dianalisis kestabilan utnuk $t \in [t_1, t_2]$ pada persamaan $I(t) = c_1 e^{rt} + c_2 e^{-rt} + \mathcal{Q}(t)$ akan mencapai kestabilan untuk $t \to t_2$ sehingga persamaan tingkat persediaan barang yang optimal $I(t)$ menuju kesatu nilai.

5.2 Saran

Tugas akhir ini memaparkan tentang model persediaan barang pada waktu berhingga dan menyelesaikan dengan menggunakan teknik kendali optimal, maka saran-saran yang inigin disampaikan adalah penelitian dapat dikembangkan dalam bentuk lain.

Demikian, saran yang bisa disampaikan penulis, semoga pembaca bisa mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan diferensial dinamik. Penulis juga meminta saran dan kritikan yang membangun dari pembaca demi kesempurnaan tugas akhir ini.